

MATICE

MATLAB poskytuje obrovskú podporu práce s maticami. Táto hodina sa bude zaoberať základmi práce s maticami. Cieľom prvej časti hodiny je objasnenie základných princípov tvorby matic, ich editáciu a prístup k jednotlivým prvkom matic. Druhá časť hodiny bude zameraná na matematické operácie s maticami.

MATLAB interpretuje maticu ako $n \times m$ rozmerné pole. Existujú špeciálne prípady:

- ak matica je rozmeru 1×1 nazývame ju skalár
- ak matica je rozmeru $n \times 1$ hovoríme o stĺpcovom vektore
- ak matica je rozmeru $1 \times n$ hovoríme o riadkovom vektore

Tvorba matic

V tejto časti venujeme našu pozornosť niekoľkým základným spôsobom, ktorými možno v MATLABe vytvoriť maticu.

Prvý a najjednoduchší spôsob tvorby matic je možné vykonať priamo z príkazového riadku.

Od teraz si budem pamätať !!!

1. Začiatok a koniec matice sa vždy uzatvára do hranatých zátvoriek.
2. Jednotlivé prvky riadku oddeľujeme medzerou alebo čiarkou.
3. Riadky matice oddeľujeme bodkočiarkou ";".

Príklad použitia:

```
A=[2 3;5 6]
A =
     2     3
     5     6
```

Príklad 3.1

Vytvorte v Matlabe nasledujúce matice:

$$MATA = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}; \quad MATB = \begin{pmatrix} 12.5 & 14.3 \\ 6.1 & 4.3 \\ 12 & 8.0 \end{pmatrix}; \quad MATC = MATA' = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}; \quad MATD = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

```
MATA=[1 2;5 4]
MATB=[12.5 14.3;6.1 4.3; 12 8.0]
MATC=MATA'
MATD=[1;2;3] resp. MATD=[1 2 3]'
MATE=[1:10] - postupnosť čísel resp. s krokom MATE=[1:.5:10]
```

Ďalší spôsob, akým je možné vygenerovať maticu je použitie zabudovaných funkcií na generovanie elementárnych matic.

Od teraz si budem pamätať !!!

Jeden zo spôsobov ako vygenerovať maticu je použitie zabudovaných funkcií. Niekoľko najčastejšie používaných funkcií je:

- zeros** - nulová matica
- eye** - jednotková matica
- ones** - matica jednotiek
- rand** - matica náhodných čísel s rovnomerným rozdelením
- randn** - matica náhodných čísel s normálnym rozdelením

linspace – lineárne rozdelená riadková matica

Príklad použitia:

```
>> zeros(2,3)
ans =
0 0 0
0 0 0

>> eye(3,3)
ans =
1 0 0
0 1 0
0 0 1

>> ones(2,3)
ans =
1 1 1
1 1 1

>> rand(2,2)
ans =
0.2311 0.4860
0.6068 0.8913

>> randn(1,2)
ans =
-0.4326 -1.6656

>> linspace(1,5,4)
ans =
1.0000 2.3333 3.6667 5.0000
```

Ďalším spôsobom, ktorým možno vygenerovať maticu je načítanie matice z externého zdroja.

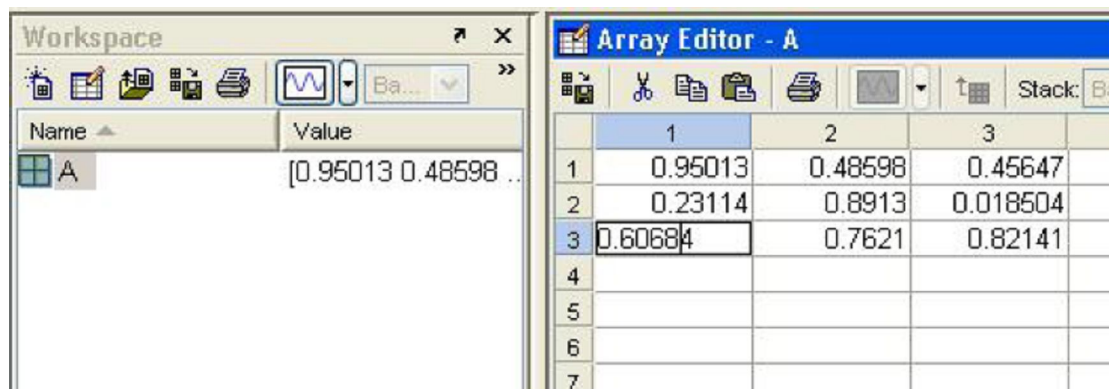
Príklad použitia:

```
premenna=load('meno.prípona súboru') napr. >> A=load('data.txt')
```

Pozn. Samozrejme, súbor data.txt musí už existovať a nachádzať sa v aktuálnom priečinku.

Prístup k jednotlivým prvkom matice

K jednotlivým prvkom matice je v MATLABe možné pristupovať pomocou **Prehliadača pracovného priestoru *Workspace Browser*** (Obdobným spôsobom, ktorý bol vysvetlený počas prvej hodiny). Týmto spôsobom je možné zmeniť rozmer matice, pridať riadok, stĺpec, prípadne upraviť jednotlivé hodnoty matice.



Najvšeobecnejší spôsob, ktorým je možné pristupovať k jednotlivým prvkom matice

vyplýva zo spôsobu, akým MATLAB interpretuje maticu (spomenuté na začiatku tejto kapitoly). Nakoľko MATLAB považuje maticu za dvojrozmerné pole je možné k danému prvku matice pristupovať zadaním riadku a stĺpca matice, ktorého hodnotu chceme získať, či zmeniť.

Príklad 3.2

Vytvorte maticu **A**, ktorá bude obsahovať hodnoty náhodných čísel rozmeru 2x3. Následne do premennej **B** uložte hodnotu z druhého riadku a tretieho stĺpca z matice **A**. Nakoniec zmeňte hodnotu matice v prvom riadku a prvom stĺpci matice **A** na hodnotu 25.

```
A=rand(2,3)
B=A(2,3)
A(1,1)=25
```

```
A =
0.4447 0.7919 0.7382
0.6154 0.9218 0.1763
```

```
B =
0.1763
```

```
A =
25.0000 0.7919 0.7382
0.6154 0.9218 0.1763
```

Od teraz si budem pamätať !!!

Ak chcem pristupovať ku konkrétnemu číslu matice, môžem to vykonať zadaním daného riadku a stĺpca matice, čiže pozíciou údaju v matici.

Príklad použitia:

```
>>A=[2 3;5 6]
A =
2 3
5 6
```

```
>> A(1,2)=565
A =
2 565
5 6
```

Okrem prístupu k jednotlivým konkrétnym hodnotám matice, veľmi často potrebujeme pristupovať k celému riadku, či stĺpcu matice. Postup je veľmi podobný ako prístup k jednotlivým prvkom matice, s tým rozdielom, že namiesto konkrétnej hodnoty riadku, či stĺpca použijeme znak dvojbodku (:).

Príklad 3.3

Vytvorte maticu **A**, ktorá bude obsahovať hodnoty náhodných čísel rozmeru 2x3. Následne do matice **B** uložte hodnoty prvého riadku matice **A** a do matice **C** uložte hodnoty druhého stĺpca matice **A**.

```
A=rand(2,3)
B=A(1,:)
C=A(:,2)
```

```
A =
0.3529 0.0099 0.2028
```

0.8132 0.1389 0.1987

B =

0.3529 0.0099 0.2028

C =

0.0099

0.1389

Od teraz si budem pamätať !!!

Ak chcem pristupovať k celému riadku, či stĺpcu matice, použijem operátor dvojbodku ":".

Príklad 3.4

Vytvorte maticu **A**, ktorá bude obsahovať hodnoty náhodných čísel rozmeru 5x5.

Následne do matice **B** vložte hodnoty vnútorného poľa matice **A**, vyberte oblasť 2. až 4. riadok a 3. až 5. stĺpec.

```
A=rand(5,5)
B=A(2:4,3:5)
```

A =

0.9501	0.7621	0.6154	0.4057	0.0579
0.2311	0.4565	0.7919	0.9355	0.3529
0.6068	0.0185	0.9218	0.9169	0.8132
0.4860	0.8214	0.7382	0.4103	0.0099
0.8913	0.4447	0.1763	0.8936	0.1389

B =

0.7919	0.9355	0.3529
0.9218	0.9169	0.8132
0.7382	0.4103	0.0099

Základné operácie s maticami

Nech matica A je:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & 2 \\ 7 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

a matica B je:

$$B = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 8 & 2 \end{pmatrix}$$

```
A=[1 2 3;5 4 2;7 4 1]
B=[4 3 3;2 1 2;3 8 2]
```

Determinant matice A sa vypočíta nasledovne:

$\det(A)$

ans =
-10

Inverzná matica k matici A sa vypočíta:

$\text{inv}(A)$

ans =
0.4000 -1.0000 0.8000
-0.9000 2.0000 -1.3000
0.8000 -1.0000 0.6000

Hodnosť matice vypočítame:

$\text{rank}(A)$

ans =
3

Súčet matíc

Súčet matíc A a B získame zápisom:

$A+B$

ans =
5 5 6
7 5 4
10 12 3

Rozdiel matíc

Rozdiel matíc A a B získame:

$A-B$

ans =
-3 -1 0
3 3 0
4 -4 -1

Súčin matíc:

$A*B$

ans =
17 29 13
34 35 27
39 33 31

POZOR:

Zápis $A*B$ vykoná súčin matíc v zmysle definície súčinu matíc (viď definíciu súčinu matíc)

<http://mathworld.wolfram.com/MatrixMultiplication.html> (Prípadne využi znalosti z predmetu Matematika I)).

V prípade, že chceme jednoducho vynásobiť jednotlivé prvky matice medzi sebou musíme použiť bodkový operátor $\mathbf{A}.*\mathbf{B}$.

```
>> A.*B
```

```
ans =  
4 6 9  
10 4 4  
21 32 2
```

Ďalší príklad na objasnenie:

Druhá mocnina matice \mathbf{A}^2 je možné zapísať ako $\mathbf{A}*\mathbf{A}$, takže v zmysle definície súčinu matíc dostaneme:

```
A^2
```

```
ans =  
32 22 10  
39 34 25  
34 34 30
```

No v prípade, že chceme umocniť jednotlivé prvky matice musíme použiť bodkový operátor:

```
A.^2
```

```
ans =  
1 4 9  
25 16 4  
49 16 1
```

Riešenie systému lineárnych rovníc

V MATLABe je možné vypočítať sústavu lineárnych rovníc viacerými spôsobmi. My si teraz ukážeme dva základné prístupy, akými je možné získať riešenie.

V prvom spôsobe využijeme základne znalosti o riešení maticových rovníc:

Nech \mathbf{Q} je matica rozmeru $[m \times m]$ a jej koeficienty sú koeficienty ľavej strany sústavy rovníc. \mathbf{P} je matica rozmerou $[1 \times m]$ a jej koeficienty sú koeficienty pravej strany sústavy.

$$\begin{pmatrix} q_{11} & \cdots & q_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{m1} & \cdots & q_{mm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_m \end{pmatrix}$$

Platí $\mathbf{Q}*\mathbf{X}=\mathbf{P}$, kde po úprave pre vektor neznámych dostávame: $\mathbf{X}=\mathbf{Q}^{-1}*\mathbf{P}$.

V MATLABe bude zápis vyzerať nasledovne:

```
X=inv(Q)*P
```

Príklad 3.5

Riešte systém lineárnych rovníc:

$$-2x + 3y + 2z = 1$$

$$x + 2y + z = 7$$

$$-x - y + 3z = 2$$

$$Q = [-2 \ 3 \ 2; 1 \ 2 \ 1; -1 \ -1 \ 3]$$

$$P = [1; 7; 2]$$

$$X = \text{inv}(Q) * P$$

Q =

-2 3 2

1 2 1

-1 -1 3

P =

1

7

2

X =

3.0000

1.0000

2.0000

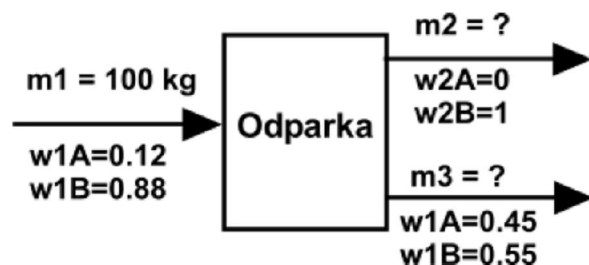
Druhý spôsob riešenia sústavy lineárnych rovníc je možné vykonať pomocou „spätnolomítkového“ „\“ operátora v tvare:

$$X = Q \backslash P$$

Kde význam matic **P** a **Q** je obdobný ako pri prvom príklade.

Príklad 3.6

Ovocná šťava sa zahusťuje vo vákuovej odparke. Z ovocnej šťavy, ktorá obsahuje 88% hmot. vody a 12 % sušiny sa vyrába ovocný koncentrát, ktorý obsahuje 55% vody. Predpokladajte, že pri zahusťovaní ovocnej šťavy sa odparuje čistá voda. Určite, koľko vody treba odpariť zo 100 kg ovocnej šťavy a aká je hmotnosť ovocného koncentráту. (Materiálové bilancie technologických procesov M.Šefčíková a kol.1997 strana 58 pr.3.4)



Bilančné rovnice:

$$\text{Celková bilancia: } m_1 = m_2 + m_3$$

$$\text{Bilancia sušiny } m_1 \cdot w_{1A} = m_2 \cdot w_{2A} + m_3 \cdot w_{3A}$$

$$\text{Bilancia vody } m_1 \cdot w_{1B} = m_2 \cdot w_{2B} + m_3 \cdot w_{3B}$$

Po dosadení:

$$\begin{aligned}m_2 + m_3 &= 100 \\0 + 0,45 \cdot m_3 &= 12 \\m_2 + 0,55m_3 &= 88\end{aligned}$$

Po úprave sme dostali systém troch lineárnych rovníc s dvoma neznámymi parametrami m_2 a m_3 . Z ktorých sú len dve lineárne závislé. Ako to viem? Jednoducho, stačí vytvoriť maticu ľavých strán sústavy a vypočítať hodnotu matice. Takže mám maticu:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0.45 \\ 1 & 0.55 \end{pmatrix}$$

V MATLABe:

```
A=[1 1; 0 0.45;1 0.55];  
rank(A)
```

```
ans =  
2
```

To znamená, že na riešenie príkladu môžeme použiť ľubovoľnú dvojicu bilančných rovníc. Zvoľme si teda prvé dve rovnice.

$$\begin{aligned}m_2 + m_3 &= 100 \\0 + 0,45 \cdot m_3 &= 12\end{aligned}$$

Riešme v MATLABe:

```
A=[1 1;0 0.45] resp. A(3,:)=[]  
B=[100;12]  
X=A\B
```

```
ans =  
73.3333  
26.6667
```

Výsledok riešenia:

Zo 100 kg ovocnej šťavy treba odpariť 73,3 kg vody. Hmotnosť ovocného koncentráту po zahutnení je 26.7 kg