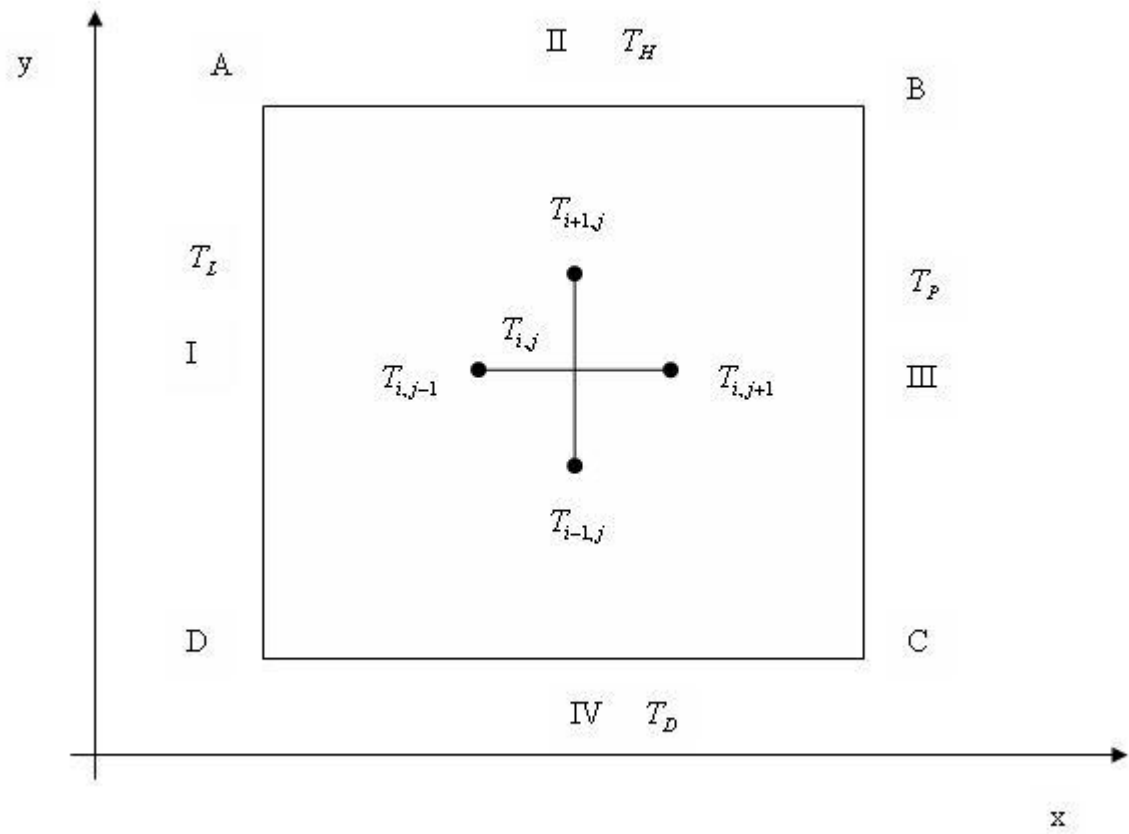


Dvozmerný prestup tepla vedením v doske



$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \nabla^2 t$$

$$\frac{(t_{i,j})_{t+\Delta t} - (t_{i,j})_t}{\Delta \tau} = a \left(\frac{t_{i+1,j} - 2t_{i,j} + t_{i-1,j}}{\Delta y^2} + \frac{t_{i,j+1} - 2t_{i,j} + t_{i,j-1}}{\Delta x^2} \right)_t$$

ak

$$\Delta x^2 = \Delta y^2$$

$$\frac{(t_{i,j})_{t+\Delta t} - (t_{i,j})_t}{\Delta \tau} = a \left(\frac{t_{i+1,j} + t_{i-1,j} + t_{i,j+1} + t_{i,j-1} - 4t_{i,j}}{\Delta x^2} \right)_t$$

zadefinovaním modulu

$$M = \frac{\Delta x^2}{a \Delta \tau}$$

a úpravou rovnice dostávame

$$(t_{i,j})_{t+\Delta t} = \left(\frac{t_{i+1,j} + t_{i-1,j} + t_{i,j+1} + t_{i,j-1} + (M-4)t_{i,j}}{M} \right)_t$$

$(t_{i,j})_{t+\Delta t}$ je väčšie ako 0, postačujúca podmienka pre splnenie tejto podmienky je $(M-4)$ je väčšie ako 0, teda $M > 4$
podmienka $M > 4$ je podmienkou stability výpočtu

Týmto spôsobom dostávame systém lineárnych algebraických rovníc, riešiteľný pri zadaní okrajových a počiatkovej podmienky.

Zadanie úlohy

Zistite ako vyzerá teplotné pole v štvorcovej ocelej doske so stranou $L = 1$ m v troch rôznych časoch.

Vlastnosti ocele:

$$\rho = 7800 \text{ [kg m}^{-3}\text{]}$$

$$\lambda = 47 \text{ [W m}^{-1}\text{ K}^{-1}\text{]}$$

$$C_p = 480 \text{ [J kg}^{-1}\text{ K}^{-1}\text{]}$$

Počiatková a okrajová podmienka:

počiatočná teplota

$$T_0 = 100 \text{ K}$$

okrajové podmienky

teplota hornej hrany dosky

$$T_H = 800 \text{ K}$$

teplota dolnej hrany dosky

$$T_D = 300 \text{ K}$$

teplota pravej hrany dosky

$$T_P = 500 \text{ K}$$

teplota ľavej hrany dosky

$$T_L = 200 \text{ K}$$

Výpočet v Matlabe

```
clear all
close all
clc
%zadanie vlastnosti materialu = ocel
%hustota
ro=7800;
%tepelna vodivost
vod=47;
%tepelna kapacita
Cp=480;

%okrajove podmienky - teplota
%napravo
TP=500;
%nalavo
TL=200;
%hore
TH=800;
%dole
TD=300;
%pociatocna teplota
To=100;

%dlzka steny
L=1;
%pocet dielikov na ktore rozdelim stenu po celej dlzke
m=30;

%vypocet dlzky jedneho dielika
dx=L/(m-1);
%konecny cas vypoctu
tkon=500;
%teplotna vodivost
a=vod/ro/Cp;

%modul urcujuci stabilitu vypoctu musi byt vacsi ako 4
M=5;
%vypocet casoveho kroku pomocou modulu
dtau=dx^2/M/a;
%pociatocna teplota dosky v cas=0
```

```

for i=1:1:m
    for j=1:1:m
        t(i,j)=To;
    end
end
%zaciatok vypoctu
cas=dtau;
%podmienka ukoncenia vypoctu
while cas<tkon

    %zadanie rovnic pre rohove body
    %
    %A
    i=1;
    j=1;
    tt(i,j)=(t(i+1,j)+TH+t(i,j+1)+TL+(M-4)*t(i,j))/M;
    %B
    i=1;
    j=m;
    tt(i,j)=(t(i+1,j)+TP+TH+t(i,j-1)+(M-4)*t(i,j))/M;
    %C
    i=m;
    j=1;
    tt(i,j)=(TD+t(i-1,j)+t(i,j+1)+TD+(M-4)*t(i,j))/M;
    %D
    i=m;
    j=m;
    tt(i,j)=(TD+t(i-1,j)+TP+t(i,j-1)+(M-4)*t(i,j))/M;
    %
    %zadanie rovnic pre okrajove body okrem rohovych
    %
    %I
    j=1;
    for i=2:1:m-1
        tt(i,j)=(t(i+1,j)+t(i-1,j)+t(i,j+1)+TL+(M-4)*t(i,j))/M;
    end
    %II
    i=m;
    for j=2:1:m-1
        tt(i,j)=(t(i-1,j)+TH+t(i,j+1)+t(i,j-1)+(M-4)*t(i,j))/M;
    end
    %III
    j=m;
    for i=2:1:m-1
        tt(i,j)=(t(i+1,j)+t(i-1,j)+TP+t(i,j-1)+(M-4)*t(i,j))/M;
    end
    %IV
    i=1;
    for j=2:1:m-1
        tt(i,j)=(TD+t(i+1,j)+t(i,j+1)+t(i,j-1)+(M-4)*t(i,j))/M;
    end
    %
    %zadanie rovnic pre ostatne body
    %
    for i=2:1:m-1
        for j=2:1:m-1
            tt(i,j)=(t(i+1,j)+t(i-1,j)+t(i,j+1)+t(i,j-1)+(M-4)*t(i,j))/M;
        end
    end
end

```

```

end
end
%
%prepisanie teploty novou hodnotou
t(:,:)=tt(:,:);
%vymazanie starej hodnoty s pamati
clear tt
%vypocet noveho casu
cas=cas+dtau;
%vykreslenie plosneho grafu
pcolor(t);
%popis suradnic
xlabel('suradnica x')
ylabel('suradnica y')
%zadanie pomenovania grafu, tvori ho prave prebiehajuci cas
title(['Cas = ',num2str(cas),' sec'])
%prikaz pre vytienovanie grafu
shading interp
%legenda
%urcenie maximalnej hodnoty legendy
mm=max([TD TH TP TL]);
%urcenie rozsahu legendy
caxis([0 mm])
%zadanie farieb
colorbar
%zadania pausy pre vypocet aby sa mohol vykreslit graf
pause(0.01)
end

```

Grafické výstupy - teplotné pole v troch rôznych časoch

