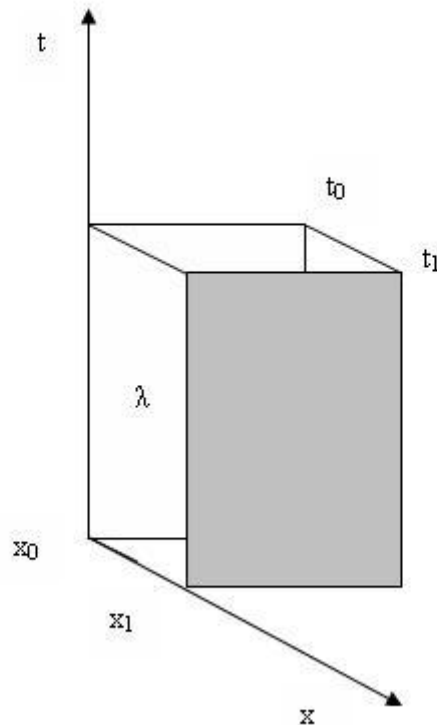


Jednosmerné vedenie tepla cez nekonečne dlhú stenu.



Základnou rovnicou pri riešení jednorozmerného prestopu tepla je Fourierova diferenciálna rovnica pre teplotné pole v tuhom telese bez zdroja:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \nabla^2 t$$

pre jednorozmerný prestop tepla

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}$$

a - teplotná vodivosť

$$a = \frac{\lambda}{\rho C_p}$$

ρ - hustota $[\text{kg m}^{-3}]$

λ - tepelná vodivosť $[\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}]$

C_p - špeciálna tepelná kapacita $[\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}]$

Po explicitnom rozpísaní druhej derivácie priestorovej súradnice dostávame:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{t_{i+1} - 2t_i + t_{i-1}}{\Delta x^2}$$

okrajová podmienka

$$x = x_0 \quad t = t_0$$

$$x = x_1 \quad t = t_1$$

počiatočná podmienka

$$t = t_0$$

Týmto spôsobom dostávame systém obyčajných diferenciálnych rovníc 1. rádu.

Zadanie úlohy :

počiatočná teplota

$$t_0 = 800 \text{ K}$$

okrajová podmienka – teplota v bode x_0

$$t_0 = 500 \text{ K}$$

okrajová podmienka – teplota v bode x_1

$$t_1 = 600 \text{ K}$$

Použitý materiál

$$\rho = 1400 \text{ [kg m}^{-3}\text{]}$$

$$\lambda = 2 \text{ [W m}^{-1} \text{K}^{-1}\text{]}$$

$$C_p = 1400 \text{ [J kg}^{-1} \text{K}^{-1}\text{]}$$

Hlavný program

```
clear all
close all
clc
global a T0 T1 dz m

%zadanie vlastnosti materialu = bakelit
%hustota
ro=1400;
%tepelna vodivost
vod=2;
%tepelna kapacita
Cp=1400;

%zadanie po ciatocnych resp. okrajovych teplot
%teplota v bode x0 v case t>0
T0=500;
%teplota v bode x1 v case t>0
T1=600;
%pociatocna teplota (v case t=0)
To=800;

%dlzka steny
```

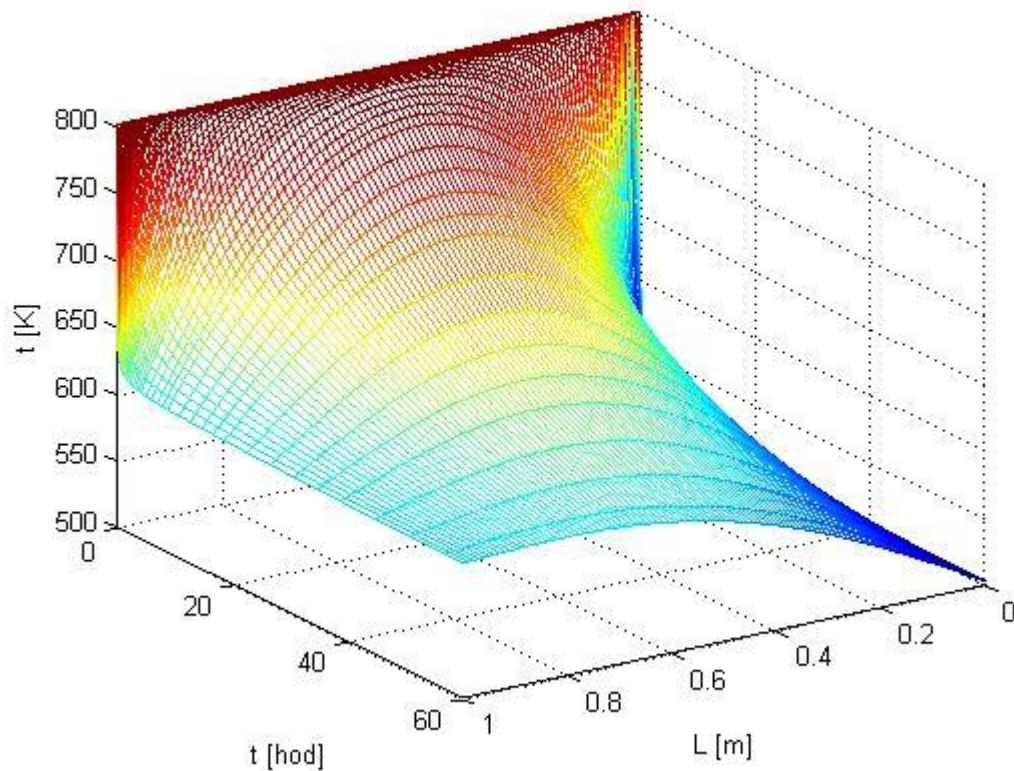
```

L=1;
%pocet dielikov na ktore rozdelim stenu po celej dlzke
m=100;

%vypocet dlzky jedneho dielika
dz=L/(m-1);
%vypocet teplotnej vodivosti
a=vod/ro/Cp;
%pociatocna podmienka
%vektor - pre kazdy dielik jedna podmienka
for i=1:1:m
    to(i)=To;
end
%obdobie vypoctu
tspan=[0 60];
%vypocet diferencialnych rovnici
[t,T]=ode15s('ved',tspan,to);
%hrubka steny
%vektor - pre kazdy dielik hodnota aktualnej priestorovej suradnice
zpom=0;
for i=1:1:m
    Z(i)=zpom;
    zpom=zpom+dz;
end
%graf
mesh(Z,t,T)
xlabel('L [m]')
ylabel('t [hod]')
zlabel('t [K]')

```

Výsledný graf



Vedľajší program

```
function F=ved(t,T)
global a T0 T1 dz m
%vytvorenie pociatocneho vektora
F=ones(100,1);
%diferencialna rovnica pre okraj steny v bode x0
%pomocou okrajovej podmienky
for i=1
    F(i)=a*(T(i+1)-2*T(i)+T0)*3600/dz^2;
end
%diferencialna rovnica pre okraj steny v bode
%x1 pomocou okrajovej podmienky
for i=m
    F(i)=a*(T1-2*T(i)+T(i-1))*3600/dz^2;
end
%rozpis diferencialnych rovníc v ostatných bodoch
%priestorovej suradnice
for i=2:1:m-1
    F(i)=a*(T(i+1)-2*T(i)+T(i-1))*3600/dz^2;
end
```

Využitie solveru "pdepe"

Matlab má vo svojej knižnici solver, ktorý dokáže riešiť parciálne diferenciálne rovnice. Tento solver nepoužíva explicitnú formulu na rozpis derivácií na diferencie na získanie obyčajných diferenciálnych rovníc, ale používa modernejšie kolokačné metódy v spojení s viackrokovými diskretizačnými metódami. Kolokačné metódy sú principiálne založené na aproximácii (preložení) riešenia nejakou funkciou a solver popri riešení obyčajných diferenciálnych rovníc (po diskretizácii priestoru) počíta aj parametre tejto funkcie, čím vo väčšine prípadov znižuje kumuláciu chýb pri výpočte (nahromadenie chýb) a radikálne znižuje počet diskretizačných bodov potrebných pre dostatočne presné riešenie. Najjednoduchšiu kolokačnú metódu pre 2 diskretizačné body za použitia polynomickej funkcie nájdete na:

http://en.wikipedia.org/wiki/Collocation_method

Hlavný program

```
clear all
clc
global a T0 T1 To

%zadanie vlastnosti materialu = bakelit
%hustota
ro=1400;
%tepelna vodivost
vod=0.233;
%tepelna kapacita
Cp=1400;

%zadanie po ciatocnych resp. okrajovych teplot
%teplota v bode x0 v case t>0
T0=500;
%teplota v bode x1 v case t>0
T1=600;
%pociatocna teplota (v case t=0)
To=800;
```

```

%dlzka steny
L=1;

%vypocet teplotnej vodivosti
a=vod/ro/Cp;
%cas simulacie
tkon=50;


```

Vedlajšia funkcia - Zadanie pociatočných podmienok

```

function u0 = pdex1ic(x)
global To
%zadani pociatocnej podmienky ktora moze byt aj funkciou suradnice x
%ale nemusí
u0 = To;

```

Vedlajšia funkcia - Zadanie okrajových podmienok

```

function [pl,ql,pr,qr] = pdex1bc(xl,ul,xr,ur,t)
global

```