Opakovanie ODE

Príklad 1 - Jedna obyčajná diferenciálna rovnica o jednej neznámej

Zadanie - Aký je priebeh funkcie:

$$\frac{dy}{dx} = x$$

$$x \in \langle 0, 5 \rangle$$

$$ak\ \ x = 0,\ y = 1$$

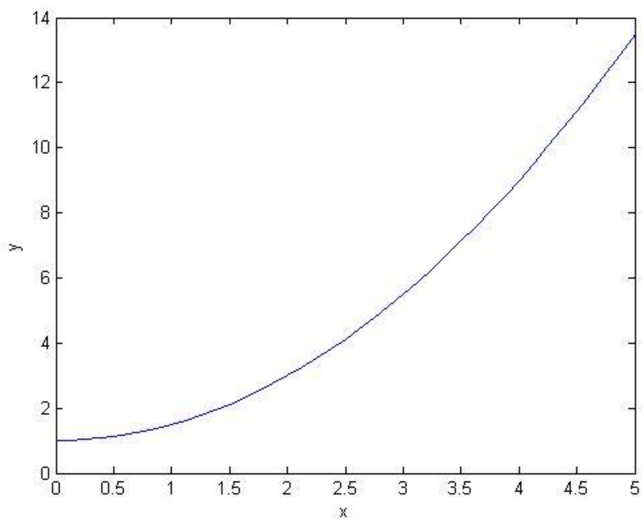
Riešenie v Matlabe:

Hlavný program

```
clear all
close all
clc
%pociatocna podmienka - y(0);teda hodnota y ked sa x=0
y0=1;
%rozsah x v ktorom mame pocitat
x=[0 5];
%volanie ode45 pre vypocet diferencialnej rovnice
[x,y]=ode45('difrov',x,y0);
%vystup ode15s tvori:
%vektor x - hodnoty x v ktorych ode15s pocital v rozmedzi [0 5]
%vektor y - hodnoty y ktore ode15s pocital v rozmedzi x=[0 5]

%graficky vystup
%vektor+vektor->chcem graficky vystup->pouzijem napr. plot(x,y)
plot(x,y)
%popis k osi x
xlabel('x')
%popis k osi y
ylabel('y')
```

Grafický výstup:



Vedľajší program:

```
function dydx=difrov(x,y)
%pozor tato funkcia je zavisla aj od x aj od y
%aj ked to na prvy pohlad tak nevyzera :)

%zadanie diferencialnej rovnice
dydx=x;
```

Príklad 1 - Dve obyčajné diferenciálne rovnice o dvoch neznámych

Zadanie - Aké sú priebehy funkcií:

$$\frac{dy_1}{dx} = -ky_1y_2$$

$$\frac{dy_2}{dx} = ky_1^{0,7}y_2^{0,5}$$

$$x \in \langle 0, 20 \rangle$$

$$ak\ \ x = 0,\ y_1 = 10,\ y_2 = 15$$

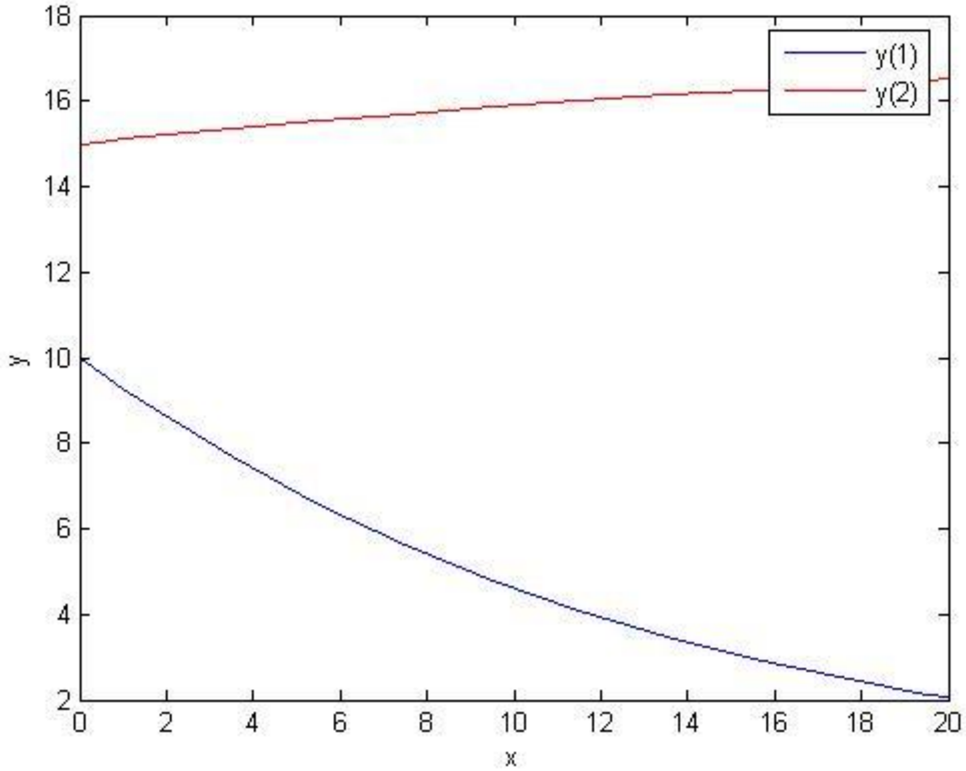
Riešenie v Matlabe:

Hlavný program

```
clear all
close all
clc
%zadanie globalnej premennej k
%iba k potrebujem v zadani diferencialnych rovnic
global k
k=0.005;
%pociatocna podmienka - y0=[y0(1) y0(2)];teda hodnoty y ked sa x=0
y0=[10 15];
%rozsah x v ktorom mame pocitat
x=[0 20];
%volanie ode15s pre vypocet diferencialnej rovnice
[x,y]=ode15s('veddif',x,y0);
%vystup ode15s tvori:
%vektor x - hodnoty x v ktorych ode15s pocital v rozmedzi [0 20]
%matica y - hodnoty y=[y(1) y(2)] ktore ode15s pocital v rozmedzi x=[0 20]

%graficky vystup
%vektor+vektor+vektor->chcem graficky vystup->pouzijem napr.
plot(x,y(1),x,y(2))
%y(1)=y(:,1), prvy stlpec matice y
%y(2)=y(:,2), druhy stlpec matice y
plot(x,y(:,1),'b',x,y(:,2),'r')
%popis k osi x
xlabel('x')
%popis k osi y
ylabel('y')
%legenda
legend('y(1)','y(2)')
```

Grafický výstup:



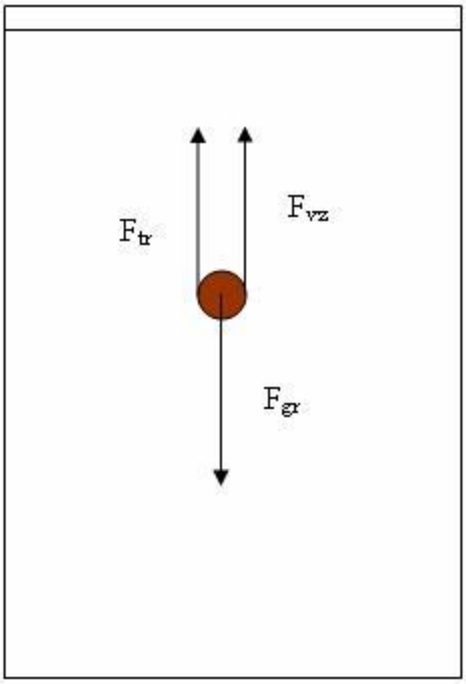
Vedľajší program:

```
function dydx=veddif(x,y)
%pozor tato funkcia je zavisla aj od  vektorov x
%aj od y=[y(1) y(2)]

%zadanie globalnej premennej k
%iba k potrebujem v tomto programe
global k

%alokacia pamate + ode15s potrebuje stlpcovy vektor
dydx=ones(2,1);
%zadefinovanie dvoch diferencialnych rovnic
%musia byt 2 lebo mame 2 nezname x=[x(1) x(2)]
dydx(1)=-k*y(1)*y(2);
dydx(2)=k*y(2)^0.7*y(1)^0.5;
```

Príklad 3 - Pád guľovej častice vo viskóznom prostredí



výsledná sila posobiaca na časticu padajúcu vo viskóznom prostredí :

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_{gr} + \vec{F}_{tr} + \vec{F}_{vz}$$

gravitačná sila (smer "dole", v smere gravitácie)

$$\vec{F}_{gr} = V_S g \rho_S$$

V_S *– objem častice*

g *– gravitačné zrýchlenie*

ρ_S *– hustota častice*

vztlaková sila (smer "hore", proti smeru pohybu guličky)

$$\vec{F}_{vz} = V_S g \rho$$

ρ *– hustota tekutiny, v ktorej sa častica pohybuje*

trecia sila (smer "hore", proti smeru pohybu guličky)

$$\vec{F}_{tr} = 6\pi\mu r_S v$$

μ *– viskozita tekutiny, v ktorej sa častica pohybuje*

r_S *– polomer častice*

v *– rýchlosť pádu častice*

teda výsledná sila :

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = V_S\rho_S\frac{d\vec{v}}{dt} = V_S g \rho_S - V_S g \rho - 6\pi\mu r_S v$$

pri riešení zmeny rýchlosti pádu častice dostávame jednu obyčajnú diferenciálnu rovnicu; o jednej neznámej (v) *s počiatočnou podmienkou* (v_0)

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = (V_S g \rho_S - V_S g \rho - 6\pi\mu r_S v) / V_S\rho_S$$

po určitom čase sa pohyb guličky ustáli (rýchlosť pádu bude konštantná)

teda $\frac{d\vec{v}}{dt} = 0$

týmto spôsobom dostávame jednu algebraickú rovnicu o jednej neznámej

$$(V_S g \rho_S - V_S g \rho - 6\pi\mu r_S v) / V_S\rho_S = 0$$

resp.

$$(V_S g \rho_S - V_S g \rho - 6\pi\mu r_S v) = 0$$

Zadanie úlohy

Graficky ukážte ako sa mení rýchlosť pádu častice o týchto vlastnostiach častice (hliník) a tekutiny (glycerol) :

$\rho_s = 2700\ kg\,m^{-3}$

$\rho = 1250\ kg\,m^{-3}$

$\mu = 0{,}954\ Pa\,s$

$r_s = 0{,}02\ m$

$v_0 = 0\ m\,s^{-1}$

Zistite v akom čase sa ustáli pohyb častice (výpočtom).

Riešenie v Matlabe:

Hlavný program

```
clear all
close all
clc
global ros rp g rot vis Vc
%vlastnosti castice
%hustota
ros=2700;
%polomer
rp=0.02;
%gravitacne zrychlenie
g=9.81;
%vlastnosti kvapaliny-glycerol
%hustota
rot=1250;
%viskozita
vis=0.954;

%vypocet objemu castice
Vc=4*pi*rp^3/3;

%volanie fsolve
%vypocet casu v ktorom sa pohyb gulicky ustali
vust=fsolve('vedust',2);
fprintf('\n rychlost padu gulicky v ustalenom stave = %4.2f m/sec \n',vust)

%volanie ode
%cas vypostu; [pociatocny cas; konecny cas]
tspan=[0 5];
%pociatocna rychlost na hladine
vo=0;
[t,v]=ode15s('padved',tspan,vo);
%zistenie v ktorom case je priblizne uz pad castice ustaleny
a=1;
while abs(vust-v(a))>0.001
    a=a+1;
end
fprintf(
```