

MB - Príklad 2

Do chladiaceho kryštalizátora sa privedie horúci vodný roztok síranu sodného, Na_2SO_4 , obsahujúci 48,8 g Na_2SO_4 na 100 g vody (48g $\text{Na}_2\text{SO}_4/100\text{g}$ vody). Z roztoku kryštalizuje dekahydrát síranu sodného ($\text{Na}_2\text{SO}_4 \cdot 10 \text{H}_2\text{O}$). Matečný lúh po ukončení procesu obsahuje 16,2 g $\text{Na}_2\text{SO}_4/100\text{g}$ roztoku.

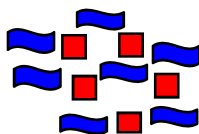
Koľko horúceho vodného roztoku Na_2SO_4 potrebujeme, aby sme získali 1000 kg kryštalického hydrátu $\text{Na}_2\text{SO}_4 \cdot 10 \text{H}_2\text{O}$.

"Stratégia" pri analýze a riešení príkladov z materiálových bilancií

Čítajte prosím pozorne a aktívne znenie príkladu aj niekoľko krát, ak je to nutné, aby výslednicou Vášho intelektuálneho úsilia bolo komplexné precítenie, pochopenie a "uchopenie" podstaty predloženého problému, jeho trojrozmerná farebná vizualizácia na "plátne mentálnej obrazovky" Vašej sivej kôry mozgovej.

Pri transformácii suchého textu do podoby obrazovej predstavy procesu postupujeme metódou krôčika za krôčikom, t. j. slova po slove, vety za vetou.....skladajúc sklíčka mozaiky do uceleného úchvatného obrazu materiálovej bilancie.

Horúci roztok síranu sodného Na_2SO_4



Síran sodný Na_2SO_4 (rozpustená látka)
Voda H_2O (rozpúšťadlo)

obsahuje 48.8 g Na_2SO_4 na 100 g vody

1 element z množstva elementov vstupujúcej zmesi



48.8 gramov / 100 g vody
 Na_2SO_4



"Poznámka":

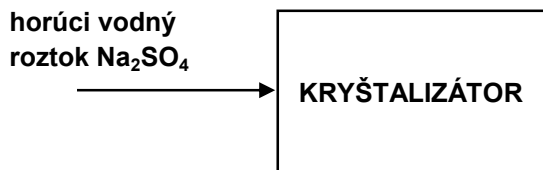
Slovné spojenie "obsahuje 48.8 g/100 g vody" nie je informácia o kvantite (množstve) vstupujúcich zložiek v horúcom roztoku síranu sodného, ale o zložení (kvalite) jedného "reprezentatívneho" elementu v tejto zmesi (prúde).

Prírodzene, všetky elementy tvoriace vstupujúci horúci roztok majú rovnaké zloženie.

Z uvedeného vyplýva, že zloženie jedného elementu (hmotnostný prípadne mólový zlomok) sa číselne rovná zloženiu celej zmesi (prúdu).

Je celkom rozumné si zvoliť za hmotnosť jedného reprezentatívneho elementu súčet gramov jednej aj druhej zložky v elemente, t. j. 148.8 gramu

je privedený do chladiaceho kryštalizátora



Kryštalizácia z roztoku

Kryštalizácia je separačný proces, pri ktorom sa z roztoku rozpustenej tuhej látky v kvapaline (rozpúšťadle) oddeľuje tuhá fáza od fázy kvapalnej vo forme kryštálov presýtením roztoku buď ochladením horúceho roztoku alebo odparením časti rozpúšťadla, resp. kombináciou oboch spôsobov, pričom dochádza k zníženiu rozpustnosti rozpustenej látky v rozpúšťadle.

Rozpustnosť je funkciou teploty a koncentrácie rozpustenej látky v roztoku. Zvýšenie teploty zvyčajne zvyšuje rozpustnosť rozpustenej látky v roztoku.

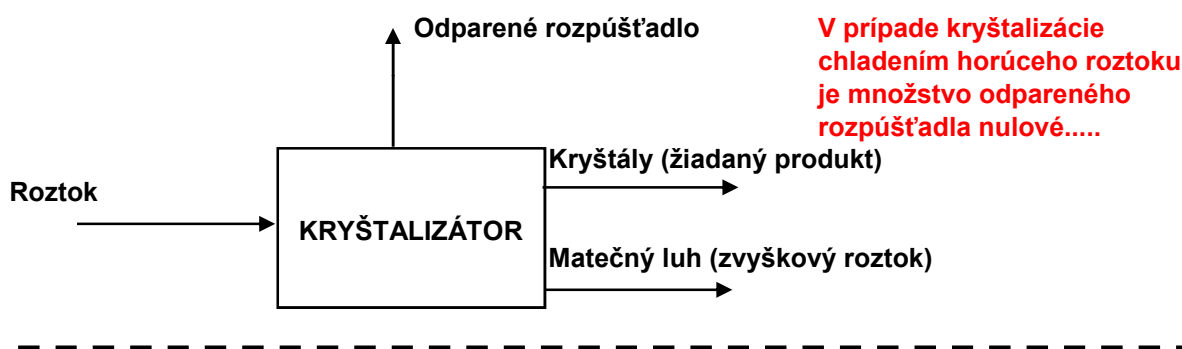
Kryštalizácia pri ochladení roztoku

Presýtenie roztoku je dosiahnuté znížením teploty roztoku.

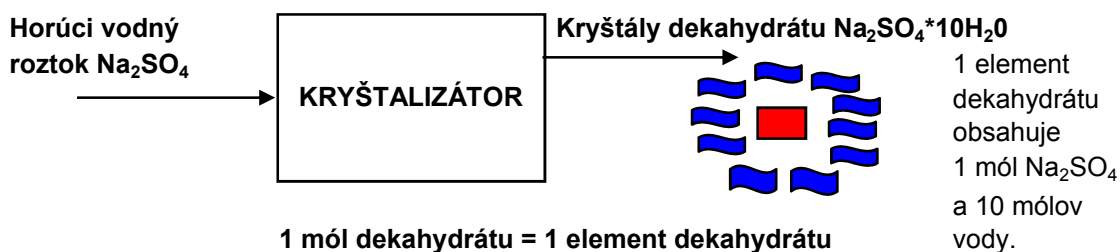
Kryštalizácia pri odparení časti rozpúšťadla

Presýtenie je dosiahnuté odparením časti rozpúšťadla z roztoku.

Bilančná schéma kryštalizácie



Z roztoku kryštalizuje dekahydrát síranu sodného $\text{Na}_2\text{SO}_4 \cdot 10\text{H}_2\text{O}$



Poznámka:

Odchádzajúci prúd kryštálov pozostáva z elementov rovnakého zloženia, a preto má logicky aj rovnaké zloženie ako jeden element.

Matečný lúh obsahuje 16,2 g Na_2SO_4 / 100g roztoku.

1 element v matečnom lúhu obsahuje podľa zadania



"Poznámka":

Slovné spojenie "**obsahuje 16.2 g/100 g zmesi**" nie je informácia o kvantite (množstve) vystupujúcich zložiek v matečnom lúhu, ale o zložení (kvalite) jedného "reprezentatívneho" elementu v tejto zmesi (prúde).

Prirodzene, všetky elementy tvoriace vystupujúci matečný lúh majú rovnaké zloženie.

Z uvedeného vyplýva, že zloženie jedného elementu (hmotnostný prípadne mólový zlomok) sa číselne rovná zloženiu celej zmesi (prúdu).

Je celkom rozumné si zvoliť za hmotnosť jedného reprezentatívneho elementu súčet gramov jednej aj druhej zložky v elemente, t. j. 100 gramov

Výsledkom nášho doterajšieho intelektuálneho "vzopätia" predstavivosti by mala byť identifikácia:

Počtu zariadení

Počtu vstupujúcich a vystupujúcich materialových prúdov

Počtu bilancovaných zložiek

"pretavená" do podoby **bilančnej schémy**.

V bilančnej schéme by mali byť pretransformované informácie zo zadania, či už sú podané priamo alebo nepriamo, do podoby matematických symbolov, vzťahov a čísiel.

Bilančná schéma:

$m_1 = \quad ? \quad \text{kg}$

1 - horúci vodný roztok
 Na_2SO_4

$w_{1A} = w_{1A}^{(1\text{element})} = 0,327957$

$w_{1B} = 1 - w_{1A} = 0,672043$



$m_2 = 1000 \text{ kg}$

(definovaný základ výpočtu)

$w_{2A} = w_{2A}^{(1\text{element})} = 0,440751$

$w_{2B} = 1 - w_{2A} = 0,559249$

2 - kryštály $\text{Na}_2\text{SO}_4 \cdot 10\text{H}_2\text{O}$

3 - matečný lúh

$m_3 = \quad ? \quad \text{kg}$

$w_{3A} = w_{3A}^{(1\text{element})} = 0,162$

$w_{3B} = 1 - w_{3A} = 0,838$

Prúdy:

- 1- horúci roztok Na_2SO_4
- 2 - kryštály $\text{Na}_2\text{SO}_4 \cdot 10\text{H}_2\text{O}$
- 3 - matečný lúh

Zložky:

- A - Na_2SO_4
- B - H_2O

Riešenie:

Pred samotným zostavením materiálovej bilancie bude nielen zmysluplné, ale aj žiadúce si vypočítať hodnoty niektorých veličín vyplývajúce, či už priamo alebo nepriamo, zo zadania príkladu.

Výpočet hmotnostných zlomkov

1 - horúci roztok Na₂SO₄

Horúci vodný roztok Na₂SO₄ obsahuje dve zložky, síran sodný a vodu.

Hmotnostný zlomok Na₂SO₄ sa môže vypočítať zo zloženie jedného elementu.

1 element v horúcom roztoku obsahuje



Z definície hmotnostného zlomku aplikovaného na síran sodný v jednom elemente potom vyplýva:

$$w_{1A}^{(1 \text{ element})} = m_{1A}^{(1 \text{ element})} / m_1^{(1 \text{ element})}$$

$$m_1^{(1 \text{ element})} = m_{1A}^{(1 \text{ element})} + m_{1B}^{(1 \text{ element})} = 148,8 \text{ g}$$

$$w_{1A}^{(1 \text{ element})} = 0,328$$

$$w_{1B}^{(1 \text{ element})} = 0,672$$

← Hmotnostný zlomok vody v jednom elemente sa dá vypočítať buď analogicky, ako v prípade chloridu sodného, alebo z väzbového pravidla.

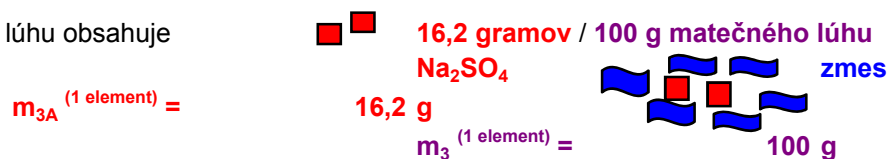
$w_{1A}^{(1 \text{ element})} = w_{1A}$
$w_{1B}^{(1 \text{ element})} = w_{1B}$

3 - matečný lúh

Matečný lúh obsahuje dve zložky, Na₂SO₄ a H₂O.

Hmotnostný zlomok Na₂SO₄ sa môže vypočítať zo zloženie jedného elementu.

1 element matečného lúhu obsahuje



Z definície hmotnostného zlomku aplikovaný pre jeden element vyplýva:

$$w_{3A}^{(1 \text{ element})} = m_{3A}^{(1 \text{ element})} / m_3^{(1 \text{ element})}$$

$$m_3^{(1 \text{ element})} = 100 \text{ g}$$

$$w_{3A}^{(1 \text{ element})} = 0,162$$

$w_{3A}^{(1 \text{ element})} = w_{3A}$

$$w_{3B}^{(1 \text{ element})} = 0,838$$

$w_{3B}^{(1 \text{ element})} = w_{3B}$

Vypočítaný z väzbového pravidla..... $w_{3B} = 1 - w_{3A}$

2 - kryštály dekahydrátu

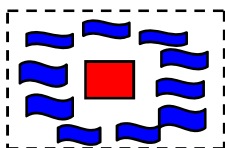
Dekahydrát síranu sodného obsahuje síran sodný Na_2SO_4 a vodu H_2O .

Hmotnostné zlomky oboch zložiek v kryštáloch dekahydrátu síranu sodného $\text{Na}_2\text{SO}_4 \cdot 10 \text{H}_2\text{O}$ sa môžu vypočítať aj z hmotnosti jedného reprezentatívneho elementu dekahydrátu.

Nech je ním **1 mól $\text{Na}_2\text{SO}_4 \cdot 10 \text{H}_2\text{O}$.**

1 mól $\text{Na}_2\text{SO}_4 \cdot 10 \text{H}_2\text{O}$ obsahuje:

1 mól Na_2SO_4 a 10 mólov H_2O .



$$\begin{aligned} n_{2A}^{(1 \text{ element})} &= && 1 \text{ mol} \\ n_{2B}^{(1 \text{ element})} &= && 10 \text{ mol} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_{2A}^{(1 \text{ element})} &= n_{2A}^{(1 \text{ element})} \cdot M_A && M_A = && 141,86 \text{ g/mol} = && 141,86 \text{ kg/kmol} \\ m_{2B}^{(1 \text{ element})} &= n_{2B}^{(1 \text{ element})} \cdot M_B && M_B = && 18 \text{ g/mol} = && 18 \text{ kg/kmol} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_{2A}^{(1 \text{ element})} &= && 141,86 \text{ g} && M_2 = && M_A + 10 \cdot M_B = && 321,86 \text{ kg/kmol} \\ m_{2B}^{(1 \text{ element})} &= && 180 \text{ g} \\ m_2^{(1 \text{ element})} &= && 321,86 \text{ g} \end{aligned}$$

Z definície hmotnostného zlomku pre síran sodný v jednom elemente vyplýva:

$$w_{2A}^{(1 \text{ element})} = m_{2A}^{(1 \text{ element})} / m_2^{(1 \text{ element})}$$

$$w_{2A}^{(1 \text{ element})} = \mathbf{0,4408}$$

$$w_{2B}^{(1 \text{ element})} = \mathbf{0,5592} \quad \longleftarrow \quad \text{Z väzbového pravidla.....}$$

Prirodzene, zloženie jedného elementu kryštálov sa rovná zloženiu ostatných, Z toho vyplýva, že zloženie celého prúdu je rovné zloženiu jedného elementu

$w_{2A}^{(1 \text{ element})} =$	w_{2A}
$w_{2B}^{(1 \text{ element})} =$	w_{2B}

Poznámka:

Hmotnostné zlomky síranu sodného a vody v kryštáloch dekahydrátu sa logicky dajú vypočítať aj ako podiel mólových hmotností príslušných zložiek v dekahydráte a mólovej hmotnosti dekahydrátu síranu sodného. Nezabudnite prosím, že vodičiek v jednom móliku dekahydrátu je 10.....

$$\begin{aligned} w_{2A}^{(1 \text{ element})} &= && w_{2A} = && M_A / M_2 \\ w_{2B}^{(1 \text{ element})} &= && w_{2B} = && 10 \cdot M_B / M_2 \end{aligned}$$

Materiálová bilancia:

Celková materiálová bilancia a bilancie jednotlivých zložiek sú napísané do "klasickej" formy:

$$m_1 = m_2 + m_3$$

$$A: m_1 \cdot w_{1A} = m_2 \cdot w_{2A} + m_3 \cdot w_{3A}$$

$$B: m_1 \cdot w_{1B} = m_2 \cdot w_{2B} + m_3 \cdot w_{3B}$$

A do Tabuľkovej formy:

Prúdy	1	2	3
Zložky			
A: Na ₂ SO ₄	$m_1 \cdot 0.324$	440,7506	$m_3 \cdot 0.162$
B: H ₂ O	$m_1 \cdot 0.676$	559,2494	$m_3 \cdot 0.838$
Σ	m_1	m_2 1000	m_3

Riešením systému dvoch nezávislých rovníc o dvoch neznámych m_1 , m_3 , napr. pomocou celkovej materiálovej bilancie a bilancie zložky A, či už elimináciou alebo substitúciou, si ich vypočítame.

Prúdy	1	2	3
Zložky			
A: Na ₂ SO ₄	$m_1 \cdot w_{1A}$ 550,8549	$m_2 \cdot w_{2A}$ 440,7506	$m_3 \cdot w_{3A}$ 110,1043
B: H ₂ O	$m_1 \cdot w_{1B}$ 1128,801	$m_2 \cdot w_{2B}$ 559,2494	$m_3 \cdot w_{3B}$ 569,5516
Σ	m_1 1679,656	m_2 1000	m_3 679,6559

Poznámka:

Overujte si výsledky materiálovej bilancie po riadkoch aj po stĺpcoch.

Definovaný základ výpočtu:

$$m_2 = 1000 \text{ kg}$$

$$w_{1A} = 0,328$$

$$w_{1B} = 0,672$$

$$w_{2A} = 0,441$$

$$w_{2B} = 0,559$$

$$w_{3A} = 0,162$$

$$w_{3B} = 0,838$$

Bilančný systém pozostáva z troch lineárnych algebraických rovníc, z ktorých sú len dve nezávislé a ich kombináciou sa získa tretia, ktorá je už potom na nich závislá.

Napr. odčítaním bilancie zložky A od celkovej materiálovej bilancie je jednoznačne dourčená bilancia zložky B, ktorá je už závislou rovnicou.

Substitúciou:

$m_1 = m_2 + m_3$ → Substitúciou m_1 do materiálovej bilancie zložky A dostaneme:

$$m_3 = m_2 \cdot (w_{2A} - w_{1A}) / (w_{1A} - w_{3A})$$

Dosadením už známych veličín do tohto vzťahu:

$$m_1 = 1679,7 \text{ kg}$$

$$m_3 = 679,66 \text{ kg}$$